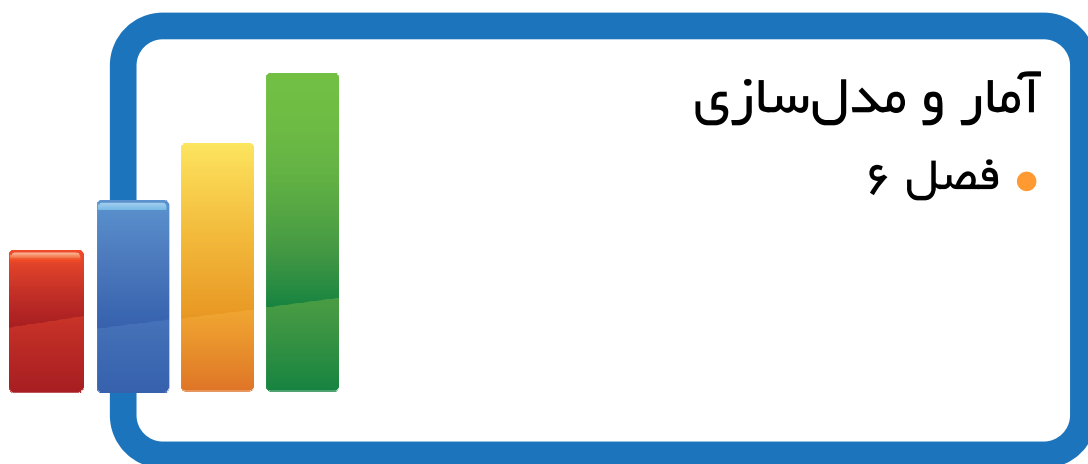
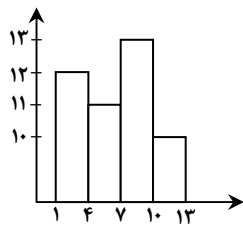




فصل ششم: شاخص‌های مرکزی

آمار و مدل‌سازی



۱- با توجه به نمودار هیستوگرام مقابل، مد داده‌ها کدام است؟

- (۱) ۱۳
(۲) ۱۱/۵
(۳) ۱۰
(۴) ۸/۵

۲- در داده‌های آماری ۱۷، ۲۸، ۵۹، ۱۳، ۱۵، ۴۴، ۵۶، ۷۳، ۴۵، ۱۳، ۲۲ تفاضل چارک اول از چارک سوم کدام است؟

- (۱) ۳۵/۵ (۲) ۳۸ (۳) ۴۱ (۴) ۴۳/۵

۳- مد داده‌های آماری مربوط به جدول فراوانی مقابل کدام است؟

x_i	۱	۴	۷	۱۰	۱۳
فراوانی تجمعی	۲	۵	۱۴	۲۲	۲۷

- (۱) ۴ (۲) ۷ (۳) ۱۰ (۴) ۱۳

۴- در داده‌های آماری ۳۸، ۵۶، ۴۲، ۳۴، ۱۶، ۹، ۲۳، ۵۱، ۹، نسبت چارک سوم به چارک اول برابر است با:

- (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) $\frac{5}{3}$

۵- در سؤال فوق، اگر نمودار جعبه‌ای داده‌های مفروض را رسم کنیم، میانه‌ی داده‌های درون جعبه چقدر است؟

- (۱) ۲۸ (۲) ۲۸/۵ (۳) ۲۹ (۴) ۳۴

۶- در جدول توزیع فراوانی مقابل، مد داده‌ها کدام است؟

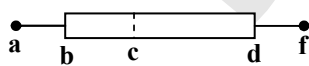
CL	۸-۱۲	۱۲-۱۶	۱۶-۲۰	۲۰-۲۴	۲۴-۲۸
f_i	۲۰	۱۴	۲۵	۳۲	۱۹

- (۱) ۳۲ (۲) ۲۶ (۳) ۲۴ (۴) ۲۲

۷- اگر میانه‌ی داده‌های آماری $x_1, x_2, \dots, x_n$ برابر ۱۷ باشد، میانه‌ی داده‌های آماری $-x_1 + 17, -x_2 + 17, \dots, -x_n + 17$ برابر است با:

- (۱) ۱۷ (۲) ۳۴ (۳) -۱۷ (۴) صفر

۸- تعداد ازدواج‌های ثبت شده در شهری در ۱۲ روز اول سال عبارتند از: «۱۸ و ۳۲ و ۴۳ و ۴۱ و ۳۳ و ۱۶ و ۲۷ و ۱۴ و ۲۳ و ۱۵ و ۱۰ و ۱۲»



اگر نمودار جعبه‌ای این داده‌ها به صورت مقابل باشد، حاصل $\frac{d-c}{c-b}$ چقدر است؟

- (۱) ۲ (۲) $\frac{23}{11}$ (۳) $\frac{5}{4}$ (۴) ۱

۹- داده‌های آماری $a, 11, b, 19, c, 21, 15, 14$ به صورت صعودی مرتب شده‌اند. اگر میانه‌ی این داده‌ها برابر ۱۶ باشد، در صورت افزودن دو

داده‌ی ۱۸ و ۲۰ به این داده‌ها، میانه‌ی داده‌ها چند واحد افزایش می‌یابد؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۲ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) ۴

۱۰- در نمودار سابقه و برگ مقابل، نسبت میانه به مد چقدر است؟

ساقه	برگ
۱	۰ ۰ ۰ ۹
۲	۱ ۱ ۸
۳	۳ ۴ ۴ ۵ ۶ ۶
۴	۰ ۲ ۲ ۳

- (۱) ۳/۴ (۲) ۲/۶ (۳) ۱/۹ (۴) ۱/۱

۱۱- در داده‌های آماری ۱۵، ۱۷، ۱۲، ۱۹، ۱۴، ۲۰، تفاضل دامنه‌ی تغییرات از میانه برابر است با:

- (۱) ۷ (۲) ۸ (۳) ۹ (۴) ۱۰

۱۲- کدام دو عدد را به داده‌های ۹، ۸، ۷، ۶، ۵، ۴، ۳ اضافه کنیم تا میانه‌ی نه داده‌ی حاصل برابر ۵ گردد؟

- (۱) ۵، ۴ (۲) ۶، ۵ (۳) ۶، ۴ (۴) ۹، ۳

۱۳- در جدول داده‌های آماری زیر اختلاف بین میانه و مد کدام است؟

داده‌ها	۳۱	۲۹	۲۷	۲۵	۲۱
فراوانی	۲	۱	۲	۴	۳

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۴- اگر در داده‌های $x, 99, 102, 101, 82, 99, 101, 82, 100$ میانه و مد برابر باشند و مد

یکتا باشد، x کدام است؟

- (۱) ۸۲ (۲) ۹۹ (۳) ۱۰۰ (۴) ۱۰۱

پاسخ‌های تشریحی فصل ششم

۱- گزینه ۴ پاسخ است.

با توجه به نمودار مفروض می‌توان جدول فراوانی مقابل را تشکیل داد:

CL	۱-۴	۴-۷	۷-۱۰	۱۰-۱۳
f_i	۱۲	۱۱	۱۳	۱۰

طبقه‌ای که فراوانی بیش‌تری دارد، طبقه‌ی سوم است، پس نشان این طبقه برابر $\bar{x}$ خواهد بود:

$$x_3 = \frac{7+10}{2} = 8.5$$

۲- گزینه ۳ پاسخ است.

ابتدا باید داده‌ها را به‌صورت صعودی مرتب نمود:

۱۳, ۱۳, ۱۵, ۱۷, ۲۲, ۲۸, ۴۴, ۴۵, ۵۶, ۵۹, ۷۳

پس از تعیین میانه که عدد ۲۸ است، داده‌ها به دو دسته تقسیم می‌شوند که البته میانه جزء هیچ‌یک از این دسته‌ها نیست؛ داریم:

چارک اول $Q_1 = 15$ میانه $\rightarrow$ ۱۳, ۱۳, ۱۵, ۱۷, ۲۲ : نیمه‌ی اول داده‌هاچارک سوم $Q_3 = 56$ میانه $\rightarrow$ ۴۴, ۴۵, ۵۶, ۵۹, ۷۳ : نیمه‌ی دوم داده‌هاتفاضل $Q_3 - Q_1 = 56 - 15 = 41$

۳- گزینه ۲ پاسخ است.

x_i	۱	۴	۷	۱۰	۱۳
فراوانی تجمعی	۲	۵	۱۴	۲۲	۲۷
فراوانی مطلق	۲	۳	۹	۸	۵

۴- گزینه ۳ پاسخ است.

پس از مرتب کردن داده‌ها به‌صورت صعودی داریم:

۹, ۹, ۱۴, ۱۶, ۲۳, ۳۴, ۳۸, ۴۲, ۵۱, ۵۶

$$\left. \begin{array}{l} \text{نیمه‌ی اول داده‌ها} \rightarrow Q_1 = 14 \text{ (میانه)} \\ \text{نیمه‌ی دوم داده‌ها} \rightarrow Q_3 = 42 \text{ (میانه)} \end{array} \right\} \rightarrow \frac{Q_3}{Q_1} = \frac{42}{14} = 3$$

۵- گزینه ۲ پاسخ است.

روش اول: برای رسم نمودار جعبه‌ای به پنج چیز نیاز است: کوچک‌ترین داده، بزرگ‌ترین داده، میانه، چارک اول و چارک سوم.

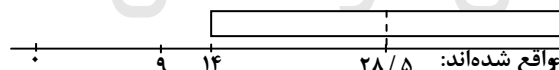
۹, ۹, ۱۴, ۱۶, ۲۳, ۳۴, ۳۸, ۴۲, ۵۱, ۵۶

چون تعداد داده‌ها زوج است ($n=10$)، میانه‌ی داده‌ها برابر میانگین دو داده‌ی وسطی است: $\bar{x} = \frac{23+34}{2} = \frac{57}{2}$

با توجه به حل سؤال قبل، چارک‌ها برابرند با:

 $Q_3 = 42$ و $Q_1 = 14$

نمودار جعبه‌ای داده‌ها:



داده‌های درون جعبه عبارت از داده‌هایی است که بین چارک اول و سوم واقع شده‌اند:

$$16, 23, 34, 38 \xrightarrow{\text{میانه}} \bar{x} = \frac{23+34}{2} = 28.5$$

۶- گزینه ۴ پاسخ است.

در یک جدول فراوانی، نشان‌دهنده‌ای که بیش‌ترین فراوانی را داراست، $\bar{x}$ داده‌ها به‌شمار می‌آید:

$$f_{\max} = f_4 \rightarrow \hat{x} = x_4 = \frac{20+24}{2} = 22$$

۷- گزینه ۴ پاسخ است.

نکته: اگر میانه‌ی داده‌های آماری $x_1, x_2, \dots, x_n$ برابر $\bar{x}$ باشد، میانه‌ی داده‌های آماری $ax_1 + b, ax_2 + b, \dots, ax_n + b$ برابر است با:

$$a\bar{x} + b$$

لذا در این تست داریم:

$$x_1, x_2, \dots, x_n \rightarrow \bar{x} = 17$$

$$-x_1 + 17, -x_2 + 17, \dots, -x_n + 17 \xrightarrow[\substack{a=-1 \\ b=17}]{\substack{a=-1 \\ b=17}} \bar{x}' = -1 \times 17 + 17 = 0$$

۸- گزینه ۱ پاسخ است.

ابتدا داده‌ها را مرتب می‌کنیم. سپس چارک‌ها را مشخص می‌کنیم.

۴۳ و ۴۱ و ۳۳ و ۳۲ و ۲۷ و ۲۳ و ۱۸ و ۱۶ و ۱۵ و ۱۴ و ۱۲ و ۱۰

$$Q_1 = 14/5 \quad Q_2 = \frac{18+23}{2} = 20/5 \quad Q_3 = 32/5$$

نمودار جعبه‌ای نموداری تصویری است که داده‌ها را بر اساس پنج مقدار نشان می‌دهد:

۱- کوچک‌ترین داده ۲- چارک اول ۳- میانه ۴- چارک سوم ۵- بزرگ‌ترین داده

$$\frac{d-c}{c-b} = \frac{12}{6} = 2 \text{ و بنابراین } a = 10 \text{ و } b = 14/5 \text{ و } c = 20/5 \text{ و } d = 32/5 \text{ و } f = 43$$

۹- گزینه ۳ پاسخ است.

چون تعداد داده‌ها در ابتدا زوج است ($n = 8$)، میانه برابر میانگین دو داده‌ی وسطی است:

$$11, a, 14, 15, b, 19, 21, c \xrightarrow{\text{میانه}} \bar{x} = \frac{15+b}{2} \xrightarrow{\text{طبق فرض}} 16 = \frac{15+b}{2} \rightarrow 32 = 15+b \rightarrow b = 17$$

حال با دانستن مقدار b و افزودن دو داده‌ی جدید ۱۸ و ۲۰، ترتیب صعودی داده‌ها چنین است:

$$11, a, 14, 15, 17, 18, 19, 20, 21, c \xrightarrow{\text{میانه}} \bar{x}' = \frac{17+18}{2} = 17/5$$

$$\text{تفاضل دو میانه: } \bar{x}' - \bar{x} = 17/5 - 16 = 1/5$$

۱۰- گزینه ۱ پاسخ است.

اگر داده‌ها را از نمودار مفروض، استخراج و به ترتیب صعودی مرتب کنیم، خواهیم داشت:

۱۰، ۱۰، ۱۰، ۱۹، ۲۱، ۲۱، ۲۸، ۳۳، ۳۴، ۳۴، ۳۵، ۳۶، ۳۶، ۴۰، ۴۲، ۴۲، ۴۳

چون عدد ۱۰ از سایر داده‌ها بیش‌تر تکرار شده، مُد داده‌ها به‌شمار می‌آید: $\hat{x} = 10$

از آن‌جا که تعداد داده‌ها فرد است ($n = 17$)، میانه برابر داده‌ی وسطی است:

$$\bar{x} = 34$$

$$\frac{\bar{x}}{\hat{x}} = \frac{34}{10} = 3/4 \text{ : نسبت میانه به مد}$$

۱۱- گزینه ۲ پاسخ است.

اگر داده‌ها را به‌صورت صعودی (یا نزولی) مرتب کنیم، با توجه به زوج بودن تعداد داده‌ها، میانه‌ی داده‌ها برابر میانگین دو داده‌ی وسطی است، لذا داریم:

$$12, 14, 15, 17, 19, 20 \rightarrow \bar{x} = \frac{15+17}{2} = 16$$

$$R = x_{\max} - x_{\min} = 20 - 12 = 8$$

$$\bar{x} - R = 16 - 8 = 8$$

اما دامنه‌ی تغییرات داده‌ها برابر است با:

۱۲- گزینه ۱ پاسخ است.

چون تعداد داده‌های اولیه برابر هفت و عددی فرد است، میانه برابر داده‌ی وسطی است:

$$3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 \rightarrow \bar{x} = 6$$

اگر دو عدد افزوده شده در طرفین عدد ۶ قرار بگیرند، میانه‌ی داده‌ها هیچ تغییری نمی‌کند. (دلیل نادرستی گزینه‌ی ۴)

هم‌چنین اگر بخواهیم میانه‌ی داده‌ها کاهش یابد، اعداد افزوده شده نباید برابر میانه‌ی فعلی باشند. (دلیل نادرستی گزینه‌های ۲ و ۳)

$$3, 4, 4, 5, 5, 6, 7, 8, 9 \rightarrow \bar{x}' = 5$$

اما با افزودن داده‌های ۴ و ۵ خواهیم داشت:

لذا برای آن‌که میانه ۵ باشد، باید دو عدد کوچک‌تر از یا مساوی ۵ به مجموعه اضافه کنیم.

۱۳- گزینه ۱ پاسخ است.

مد داده‌ها عدد ۲۵ است زیرا فراوانی آن از سایر داده‌ها بیشتر است حال برای محاسبه میانه داده‌ها، آن‌ها را به ترتیب نزولی یا صعودی

مرتب می‌کنیم: ۲۱، ۲۱، ۲۱، ۲۵، ۲۵، ۲۵، ۲۵، ۲۷، ۲۷، ۲۹، ۳۱، ۳۱

در این صورت چون تعداد داده‌ها زوج است، میانگین دو داده‌ای که در وسط قرار می‌گیرند، برابر میانه داده‌ها خواهد بود. یعنی داریم:

$$\text{میانه} = \frac{25+25}{2} = 25$$

پس اختلاف میانه و مد برابر صفر است.

۱۴- گزینه ۲ پاسخ است.

۸۲، ۸۲، ۹۹، ۹۹، ۱۰۰، ۱۰۱، ۱۰۱، ۱۰۲

ابتدا داده‌ها (به‌غیر از x) را به ترتیب می‌نویسیم:

با توجه به اعداد، x نباید ۸۲ و ۱۰۲ باشد، اگر $x = 101$ باشد، مد = ۱۰۱ و میانه = ۱۰۰ خواهد بود. اگر $x = 100$ باشد، اعداد دارای سه مد

خواهند بود، بنابراین $x = 99$ می‌باشد که در این حالت مد = ۹۹ و میانه نیز ۹۹ خواهد بود.